سوال:

هر یک از بخش های سوال را با ذکر دلیل و توضیح کامل، شرح دهید. (در تمامی قسمت های سوال فرض کنید تعریف شده است)

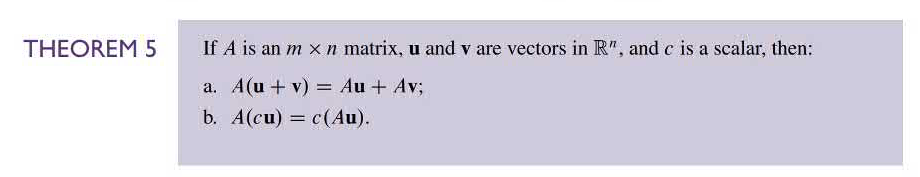
الف) فرض کنید که دو ستون اول ماتریس با هم برابر باشند. در رابطه با ماتریس چه چیزی می توان گفت؟

ب) فرض کنید که ستون سوم از ماتریس برابر با مجموع دو ستون اول از این ماتریس باشد. در رابطه با ستون سوم ماتریس چه چیزی می توان گفت؟

ج) فرض کنید که ستون دوم از ماتریس تماما صفر باشد. در اینصورت در رابطه با ماتریس چه چیزی می توان گفت؟

د) فرض کنید که آخرین ستون از ماتریس تماما صفر است در صورتی که ماتریس دارای هیچ ستون صفری نمی باشد. در رابطه با ستون های ماتریس چه چیزی می توان گفت؟

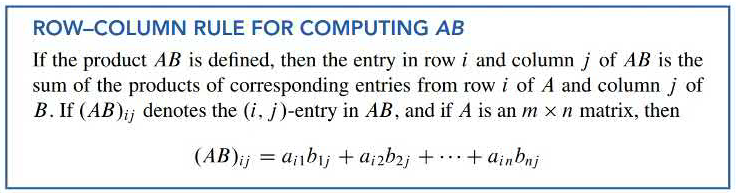
پاسخ:



الف) از آنجایی که بردار های با هم برابر هستند و همچنین همانطور که از تعریف ضرب ماتریسی داریم ()، پس خواهد بود. بنابراین می توان گفت که دو ستون اول ماتریس با هم برابر خواهند بود.

ب) ماتریس را به صورت در نظر بگیرید. بنابر تعریف ضرب ماتریسی، ستون سوم ماتریس برابر با خواهد بود. بنا به فرض مساله داریم، . بر اساس قواعد ضرب ماتریس در بردار می توان نوشت . بنابراین ستون سوم ماتریس برابر با مجموع ستون های اول و دوم این ماتریس خواهد بود.

ج) همانطور که از تعریف ترانهاده(Transpose) یک ماتریس می دانیم، در فرایند تبدیل، جای ردیف ها و ستون های ماتریس اولیه عوض می شود. بنابراین ستون دوم در ماتریس معادل با دومین ردیف در ماتریس می شود. بنابراین می توان بیان کرد که ردیف دوم از ماتریس برابر با صفر است.



بنابر روش ردیفی-ستونی برای محاسبه حاصل ضرب ردیف ام از ماتریس در ستون ام از ماتریس ، عنصر را حاصل می شود. (عنصری از که در ردیف ام و ستون ام قرار دارد.) بنابراین تمام عناصری که در دومین ردیف از قرار دارند، از حاصل ضرب دومین ردیف ماتریس در ستون های ماتریس به دست می آید. بنابراین می توان نتیجه گرفت که ردیف دوم ماتریس برابر صفر خواهد بود.

د) را به عنوان آخرین ستون ماتریس در نظر بگیرید. بنابر فرض سوال، آخرین ستون ماتریس برابر صفر است، بنابراین خواهد بود. همانطور که از فرض سوال برداشت می شود، هم برابر صفر نخواهد بود چرا که طبق فرض سوال، تمامی ستون های ماتریس غیرصفر است. بنابر این یک رابطه وابستگی خطی(Linear Dependence Relation) برای ستون های ماتریس خواهد بود، در نتیجه ستون های ماتریس وابسته خطی خواهد بود.